Makro/Mikro I
Übungen und Selbststudium
Konsum und Sparen

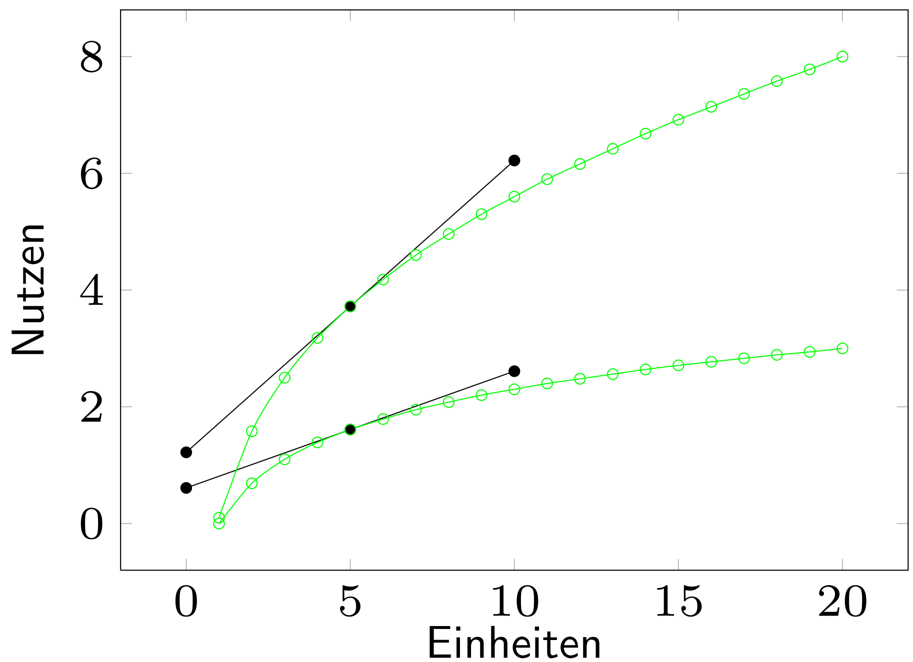
Nicolas A. Cuche-Curti
Schweizerische Nationalbank und Universität St. Gallen

nicolas.cuche-curti@snb.ch
http://cuche.net/classes.htm

29. April 2011

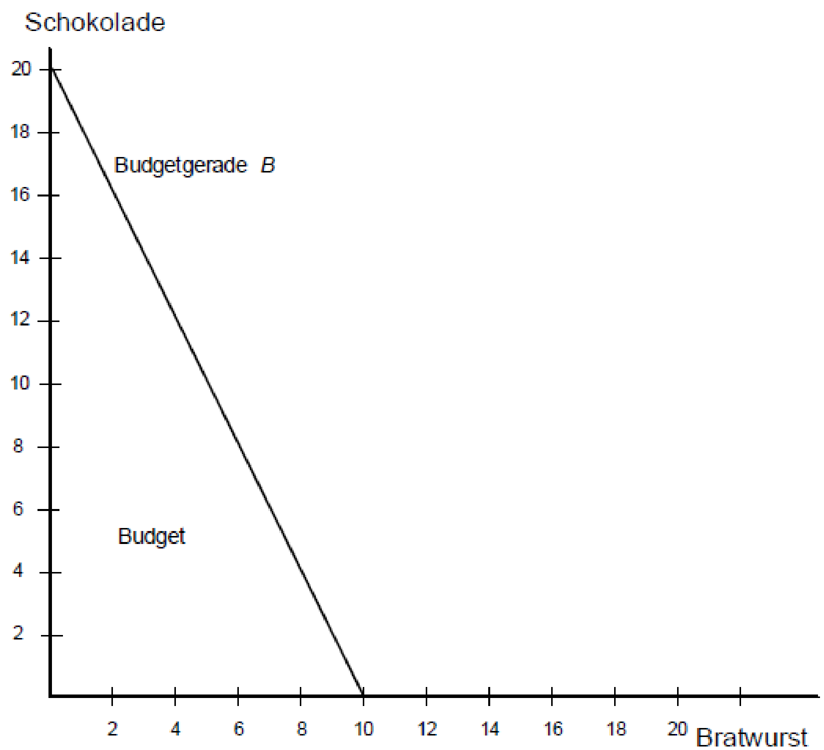
Nutzen und Nutzenfunktion

- Definition des Nutzens: das Mass für die Fähigkeit eines Gutes oder einer Gütergruppe, die Bedürfnisse eines wirtschaftlichen Akteurs (z. B. eines Privathaushalts) zu befriedigen
- Grenznutzen sagt, wie viel zusätzlichen Nutzen eine weitere Einheit eines Gutes stiften würde
- Ein Grenznutzen von 0 bedeutet, dass für dieses Gut Sättigung eingetreten ist; eine weitere Einheit dieses Gutes würde keinen zusätzlichen Nutzen stiften
- Eigenschaften der Nutzenfunktion: abnehmende Grenznutzen; relative Ordnung ist wichtig

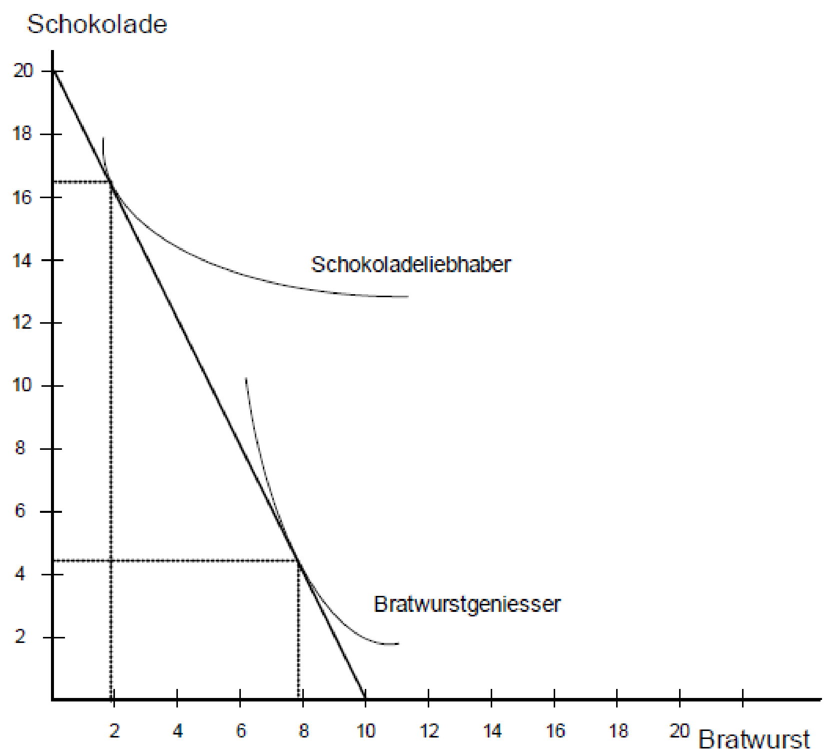


Konsumtheorie, Übung 1

- Modell
  - Budget Urs: 100 CHF; Zwei Güter: **S**chokolade (à 5 CHF), **B**ratwurst (à 10 CHF)
  - Budgetbeschränkung: $5S + 10B \leq 100$
  - Budgetbeschränkung, Gleichung $100 = 5S + 10B \rightarrow S = 20 - 2B$



- Alternativ: $100 = 5S + 10B \rightarrow B = 10 - 0.5S$
- Steigung: -2; Interpretation: 1 Bratwurst plus, 2 Schokolade minus
- Intercepts: Y-Axis 20 ($20S$, $0B$), X-Axis 10 ($10B$, $0S$)



- Nutzenfunktion und Maximization
  - $U(S, B) = S \times B$

- Optimierung mit Lagrange

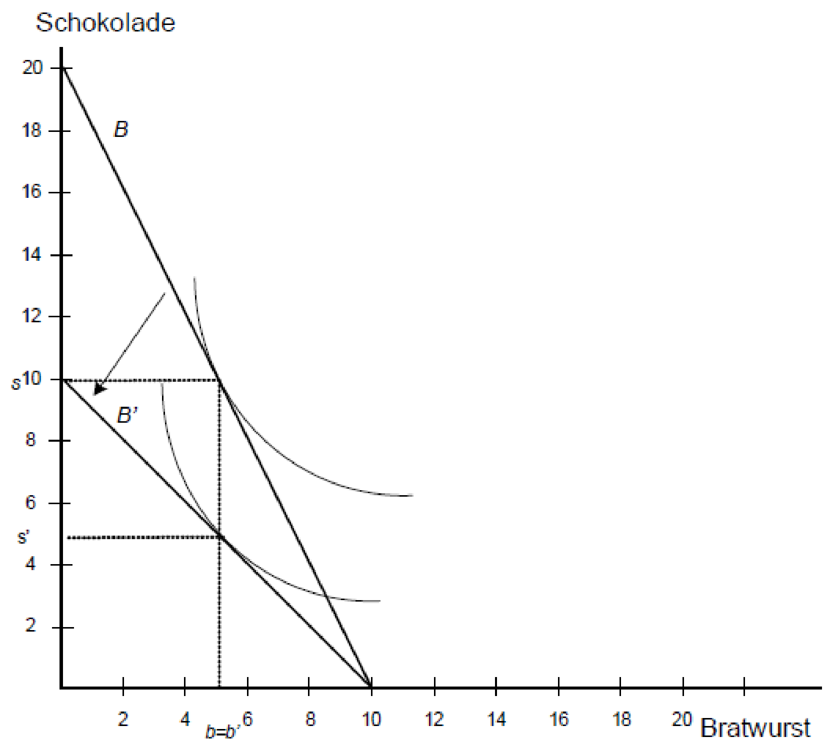
$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= SB + \lambda(100 - 5S - 10B) \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 100 - 5S - 10B = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} &= B - 5\lambda = 0 \rightarrow \lambda = B/5 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B} &= S - 10\lambda = 0 \rightarrow \lambda = S/10 \\
&\rightarrow S/B = 2 \\
&\rightarrow 100 - 5(2B) - 10B = 0 \rightarrow B = 5 \rightarrow S = 10 \\
&\rightarrow \lambda = 1 \quad \text{and} \quad U_{max} = 50 \\
&\rightarrow dU = dS(B) + dB(S) = 0 \rightarrow abs.\frac{dS}{dB} = S/B = 2 \\
&\rightarrow Verletzung?
\end{aligned}$$

- neue Optimierung mit Budget 100.1, plus $0.1 \rightarrow B = 5.005 \rightarrow S = 10.01 \rightarrow U_{max} = 50.10005$, d. h. eine Änderung von 0.10005, ungefähr $1 \times 0.1 = 0.1$

– Optimierung durch Substitution (einfacher wenn möglich)

$$\begin{aligned} U &= (20-2B)B = 20B - 2B^2 \\ U' &= 20 - 4B = 0 \to B = 5 \\ S &= 20 - 2B \to S = 10 \end{aligned}$$

- Schokolade wird teurer



– 10 CHF (vorher 5 CHF)

- Neue Steigung: -1
- Neues Intercept: 10
- Optimierung durch Substitution

$$
\begin{aligned}
U &= (10 - B)B = 10B - B^2 \\
U' &= 10 - 2B = 0 \rightarrow B = 5 \\
S &= 20 - 2B \rightarrow S = 5
\end{aligned}
$$

Konsumglättung, Übung 3, Beispiel

- Setup: ich lebe zwei Perioden, ich verdiene, einmal $100'000$, einmal $200'000$; es ist optimal in jeder Periode $150'000$ zu konsumieren
- Setup: zwei Perioden; der repräsentative Haushalt produziert (Y) und konsumiert (C) in beiden Perioden; Investitionen und Kredite sind möglich; es gibt keinen Zinssatz $(r = 0)$; Einkommenströme (Produktionszahlen Y) sind exogen
- Nutzenfunktion: Funktion von Konsum in Zeit 1 und 2 ($C1$ und $C2$)

$$U\left(C1, C2\right) = \ln C1 + \ln C2$$

- Bedingung: Konsum entspricht der Summe der Einkommenströme

$$C1 + C2 = Y1 + Y2$$

$$C2 = Y1 + Y2 - C1$$

- Neue Nutzenfunktion: nur als Funktion von $C1$

$$U\left(C1\right) = \ln\left(C1\right) + \ln\left(Y1 + Y2 - C1\right)$$

- Optimierung: Maximierung der Nutzenfunktion, um $C1$ zu bestimmen

$$\max_{C1} U\left(C1\right)$$

- FOC: erste Ableitung gleich null; Optimalität bedeutet Gleichsetzung der Grenznutzenraten

$$\frac{1}{C1} - \frac{1}{Y1 + Y2 - C1} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{C1} = \frac{1}{C2} \quad \left(\frac{\partial \ln x}{\partial x} = \frac{1}{x}\right)$$

- Lösung: für $C1$

$$\frac{1}{C1} = \frac{1}{Y1 + Y2 - C1} \quad \rightarrow \quad C1 = Y1 + Y2 - C1$$

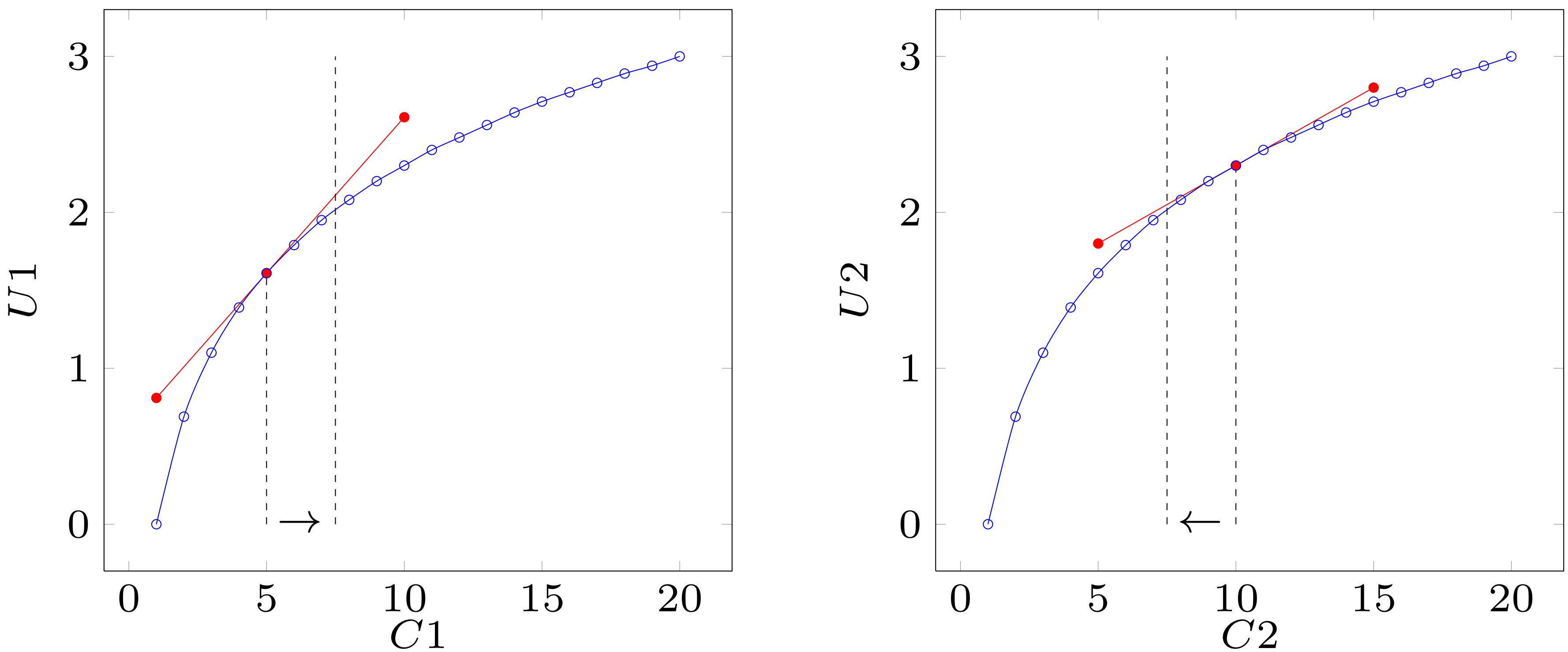
$$2C1 = Y1 + Y2 \quad \rightarrow \quad C1 = \frac{Y1 + Y2}{2}$$

- Lösung: mit Hilfe der Bedingung, $C1 + C2 = Y1 + Y2$, kriegen wir den Wert $C2$: $C2 = \frac{Y1+Y2}{2}$ $\rightarrow$ Summe der Einkommen: 26, $C1 = 13$ $C2 = 13$
- Resultat: nach Optimierung sind die Grenznutzenraten gleich, und es gilt $C1 = C2$, perfekte Glättung

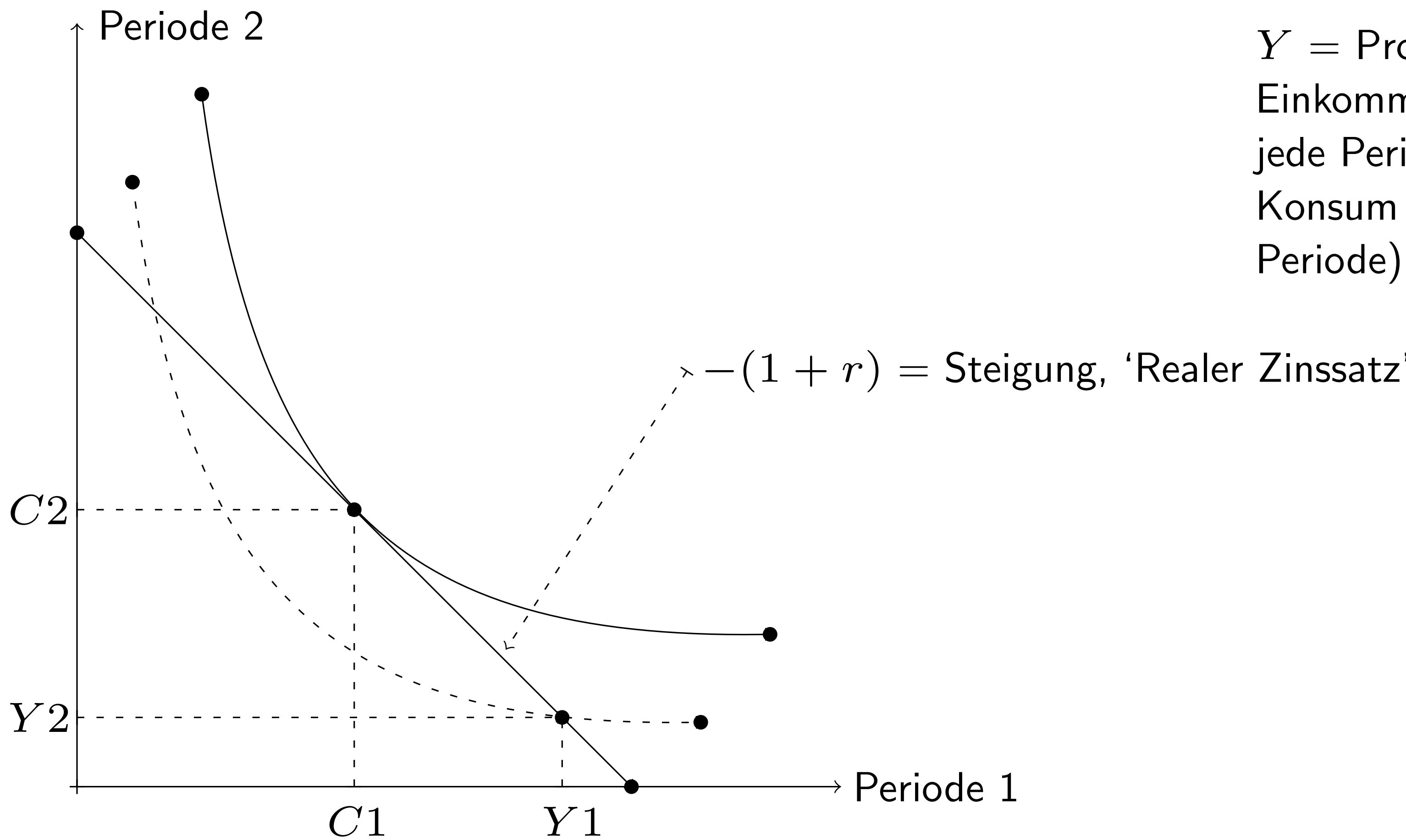
- <u>Investitionen</u>: oder Kredite wenn negativ, $Y = C + I$, d. h. $I = Y - C$ für beide Perioden gibt $I1$ und $I2$

$$I1 = Y1 - C1 = Y1 - \frac{Y1 + Y2}{2} = \frac{Y1 - Y2}{2} \qquad \rightarrow \qquad I2 = \frac{Y2 - Y1}{2}$$

- <u>Intuition</u>: Gleichsetzung der Grenznutzenraten ($U1 = \ln C1, U2 = \ln C2$)



Zusammenfassung



Y = Produktion, Einkommen (für jede Periode); C = Konsum (für jede Periode)

.

Ex-Kurs: Volatilität

- Intuition: Glätten = Schwankungen minimieren
  - $Y = C + I$
  - $Y1 = Y2 \quad \rightarrow \quad C1 = C2 = Y1 = Y2 \quad \rightarrow \quad I1 = I2 = 0$
  - $Y1 + 50; Y2 - 50 \quad \rightarrow \quad C1 = C2 \quad \rightarrow \quad I1 + 50; I2 - 50$
  - $Vol(I) = Vol(Y) > Vol(C)$
- Realität: siehe Ergänzungen Übungen 1
  - $Vol(INV) > Vol(ABSOR) > Vol(CONS)$
  - Staatsausgaben?
  - Zusammenhänge zwischen den Variablen?
- Mathematische Darstellung mit statistischen Methoden, Varianz und Kovarianz

Konsumglättung, Übung 4

- a)
  - $Y1 = 800$, $Y2 = 400$
  - Nutzenfunktion: $U = C1C2$
  - Budgetbeschränkung: $C1 + C2 = 1200$
  - Budgetbeschränkung, Gleichung: $C2 = 1200 - C1$
  - Optimierung: $U = C1(1200 - C1) = 1200C1 - C1^2$
  - FOC: $U' = 1200 - 2C1 = 0 \rightarrow C1 = C2 = 600$
  - Nutzen: $U = 600^2 = 360000$

- b)
  - $Y1 = 600$, $Y2 = 400$
  - Nutzenfunktion: $U = C1C2$
  - Budgetbeschränkung: $C1 + C2 = 1000$
  - Budgetbeschränkung, Gleichung: $C2 = 1000 - C1$
  - Optimierung: $U = C1(1000 - C1) = 1000C1 - C1^2$
  - FOC: $U' = 1000 - 2C1 = 0 \rightarrow C1 = C2 = 500$
  - Nutzen: $U = 500^2 = 250000$

- c)
  - $Y1 = 600$, $Y2 = 400$, Zinssatz 5%
  - Nutzenfunktion: $U = C1C2$
  - Budgetbeschränkung: $C2 = Y2 + (1 + r)(Y1 - C1)$
  - Budgetbeschränkung: $C2 = 400 + 1.05(600 - C1) = 1030 - 1.05C1$
  - Optimierung: $U = C1(1030 - 1.05C1) = 1030C1 - 1.05C1^2$
  - FOC: $U' = 1030 - 2.1C1 = 0 \rightarrow C1 = 490.48, C2 = 515$
  - Nutzen: $U = 490.48 \times 515 = 252597.2$

- d)1) Kein Kredit
  - $Y1 = 400$, $Y2 = 800$, Zinssatz 0%
  - Nutzenfunktion: $U = C1C2$
  - Budgetbeschränkung: $Y1 = C1, Y2 = C2$
  - Nutzen: $U = 400 \times 800 = 320000$

- d)2) Kreditline 25%
  - $Y1 = 400$, $Y2 = 800$, Zinssatz 0%
  - Nutzenfunktion: $U = C1C2$
  - Optimal wäre 600 und 600

- C1=500; C2=700
- Nutzen: $U = 500 \times 700 = 350000$

- d)3 Keine Kreditbeschränkung
  - $C1 = C2 = 600, U = 360000$

- e) Grenznutzen $C1$ ist eigentlich $C2$
  - 1) 800
  - 2) 700
  - 3) 600