

Makro/Mikro I

Übungen und Selbststudium

Produktionsfaktoren

Nicolas A. Cuche-Curti
Schweizerische Nationalbank und Universität St. Gallen

`nicolas.cuche-curti@snb.ch`
`http://cuche.net/classes.htm`

8. Mai 2009

Aufgabe 1 Verwendung der Produktionsfaktoren

□ Produktionsfunktion

$$Y(L, K) = AL^\alpha K^{1-\alpha}$$

$$0 < \alpha < 1$$

- Konstante Skalenerträge, Summe = 1
- Anteile, z. B. Labor share

$$\frac{wL}{Y} = \frac{MPL \times L}{Y} = \frac{\alpha A \left(\frac{L}{K}\right)^{\alpha-1} L}{AL^\alpha K^{1-\alpha}} = \alpha$$

- Elastizität, z. B. Arbeitselastizität des Outputs

$$\frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} = \alpha A \left(\frac{L}{K}\right)^{\alpha-1} \frac{L}{AL^\alpha K^{1-\alpha}} = \alpha$$

- Intuition?

Aufgabe 1 Verwendung der Produktionsfaktoren

- Produktionsfunktion (neu schreiben mit Produktionsfaktoren)

$$L = \left(\frac{Y}{AK^{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$K = \left(\frac{Y}{AL^{\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- Grenzprodukt der Arbeit und des Kapitals

$$\frac{\partial Y(L, K)}{\partial L} = \alpha AL^{\alpha-1} K^{1-\alpha} = \alpha A \left(\frac{L}{K} \right)^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial Y(L, K)}{\partial K} = (1 - \alpha) AL^{\alpha} K^{-\alpha} = (1 - \alpha) A \left(\frac{L}{K} \right)^{\alpha}$$

Aufgabe 1 Verwendung der Produktionsfaktoren

- Gewinnoptimierung

$$G = \text{Umsatz} - \text{Kosten} = pY - wL - rK$$

$$p \frac{\partial Y}{\partial L} - w = 0$$

$$p \frac{\partial Y}{\partial K} - r = 0$$

- Voll. Wettbewerb; Preis der Faktoren = Grenzwertprodukt der Faktoren

$$w = p \times MPL = p\alpha A \left(\frac{L}{K} \right)^{\alpha-1}$$

$$r = p \times MPK = p(1 - \alpha) A \left(\frac{L}{K} \right)^{\alpha}$$

Aufgabe 1 Verwendung der Produktionsfaktoren

- Nachfrage nach Arbeit

$$\frac{w}{p\alpha A} = \left(\frac{L}{K}\right)^{\alpha-1}$$

$$\left(\frac{w}{p\alpha A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \frac{L}{K} \rightarrow L = \left(\frac{w}{p\alpha A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} K$$

$$L = \left(\frac{w}{p\alpha A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \left(\frac{Y}{AL^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow L = \frac{p\alpha}{w} Y$$

- Nachfrage nach Kapital

$$\frac{r}{p(1-\alpha)A} = \left(\frac{L}{K}\right)^\alpha$$

$$\left(\frac{r}{p(1-\alpha)A}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{L}{K} \rightarrow K = \left(\frac{r}{p(1-\alpha)A}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} L$$

$$K = \left(\frac{r}{p(1-\alpha)A}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{Y}{AK^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \rightarrow K = \frac{p(1-\alpha)}{r} Y$$

Aufgabe 1 Verwendung der Produktionsfaktoren

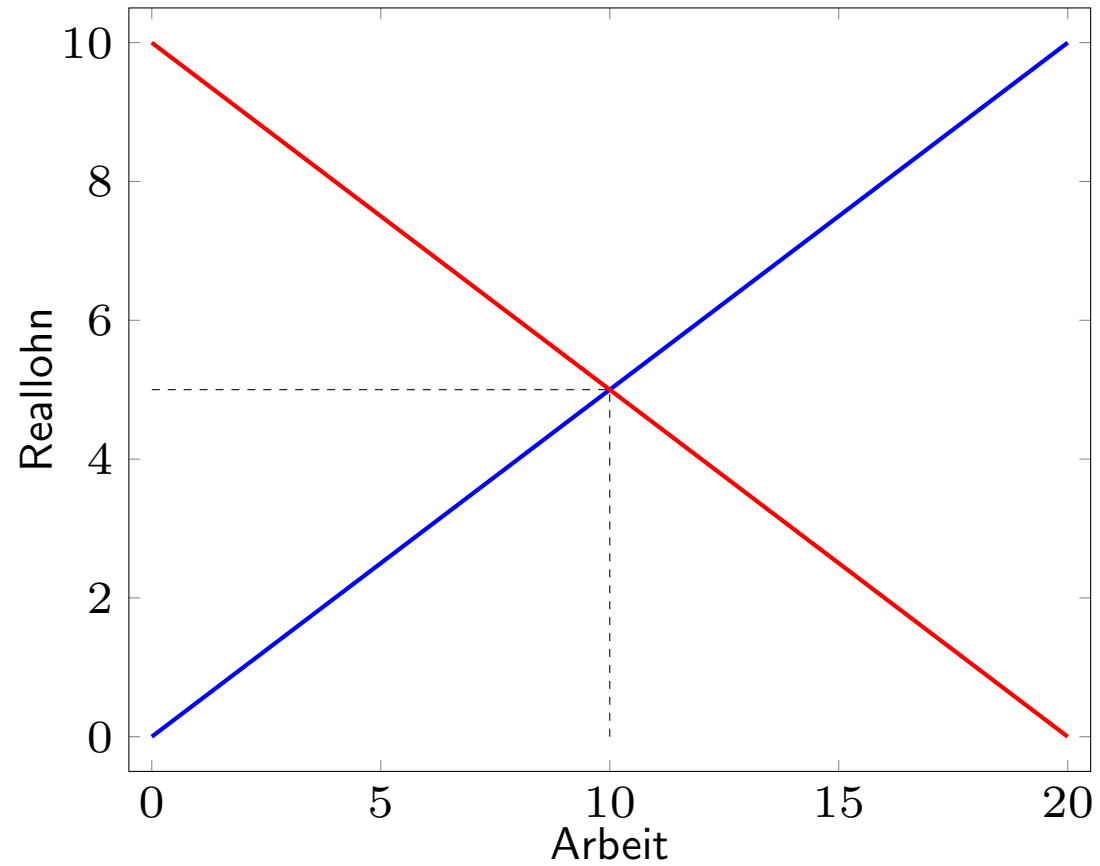
- Gewinn (Preis = Grenzkosten = Durchschnittskosten)

$$G = \text{Umsatz} - \text{Kosten} = pY - wL - rK$$

$$G = \text{Umsatz} - \text{Kosten} = pY - w \frac{p\alpha}{w} Y - r \frac{p(1-\alpha)}{r} Y$$

$$G = 0$$

ALTE Aufgabe 2 Arbeitsmärkte



ALTE Aufgabe 2 Arbeitsmärkte

- Arbeitsnachfrage (Bild Gerade, Gleichung gekrümmte Kurve)

$$L = \frac{p\alpha}{w}Y \quad \rightarrow \quad \frac{w}{p} = \alpha \frac{Y}{L}$$

- a) Freiwillige Arbeitslosigkeit
- b) $A \nearrow$, Wertgrenzprodukt der Arbeit \nearrow , Arbeitsnachfrage verschiebt sich nach rechts
- c) Produktionsfunktion bleibt unverändert, Arbeitsnachfrage bleibt unverändert, Arbeitsangebot verschiebt sich nach links
- d) Produktionsfunktion bleibt unverändert, Arbeitsangebot verschiebt sich nach links
- e) $p \searrow$, Wertgrenzprodukt \searrow , Arbeitsnachfrage verschiebt sich nach links
- f) Wertgrenzprodukt \nearrow , Arbeitsnachfrage verschiebt sich nach rechts

Aufgabe 2 Austauschbarkeit von Produktionsfaktoren

- a) $Y(H, L) = H^\alpha L^{1-\alpha}$, Optimalitätsbedingung $\frac{w_H}{1} = MPH$, $\frac{w_L}{1} = MPL$

$$w_H = \alpha H^{\alpha-1} L^{1-\alpha}$$

$$w_L = (1 - \alpha) H^\alpha L^{-\alpha}$$

- b) Elastizität des Outputs Y der Unternehmung in Bezug auf den Faktorinput H , Anteil des Faktoreinkommens aus H am Gesamteinkommen Y , Zunahme der Nachfrage nach Hochqualifizierten, Abnahme der Nachfrage nach Geringqualifizierten
- c) Abnahme der Nachfrage nach Geringqualifizierten

Aufgabe 3 Human capital

- a) Faktoren: A =Technologiefaktor, L =Arbeitskräfte, K =(physisches) Kapital, H = Humankapital (Bildung), N =natürliche Ressourcen (Land, Rohstoffe); Humankapital ist ein weiterer Produktionsfaktor; während L in erster Linie die Anzahl Arbeitskräfte umfasst, ergänzt H die Produktionsfunktion um die (individuelle) Leistungsfähigkeit
- b) Der Grenzertrag der Ausbildung (Lohnzuwachs) muss mindestens den Grenzkosten (Lohnverzicht + Ausbildungskosten) entsprechen ($V = (1 - s)w - sg + h(s)w$)

$$h'(s)w = w + g$$

- c) Mankiw 19
- d) Einführung einer Steuer, Grenzkosten höher, Grenznutzen soll zunehmen, Ausbildung wird reduziert; da Sie Steuer zahlen, gibt es einen kleineren Anreiz zu studieren, da Sie später nicht nur Steuer zahlen wollen

$$V = (1 - s)(1 - t)w - sg + h(s)(1 - t)w$$

$$-(1 - t)w - g + h'(s)(1 - t)w = 0 \quad h'(s)(1 - t)w = (1 - t)w + g$$

$$w + \frac{g}{1 - t} = h'(s)w$$

Aufgabe 3 Human capital (freiwillig)

- Max. des Lebeneinkommens; eigentlich das richtige Modell; wenn Sie den Diskontsatz nicht betrachten würden, würden Sie zuviel studieren

$$V = (1 - s)w - sg + \frac{h(s)w}{1 + r}$$

$$\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

$$0 = -w - g + \frac{h'(s)w}{1 + r}$$

$$\frac{h'(s)w}{1 + r} = w + g \quad h'(s)w = (1 + r)(w + g)$$

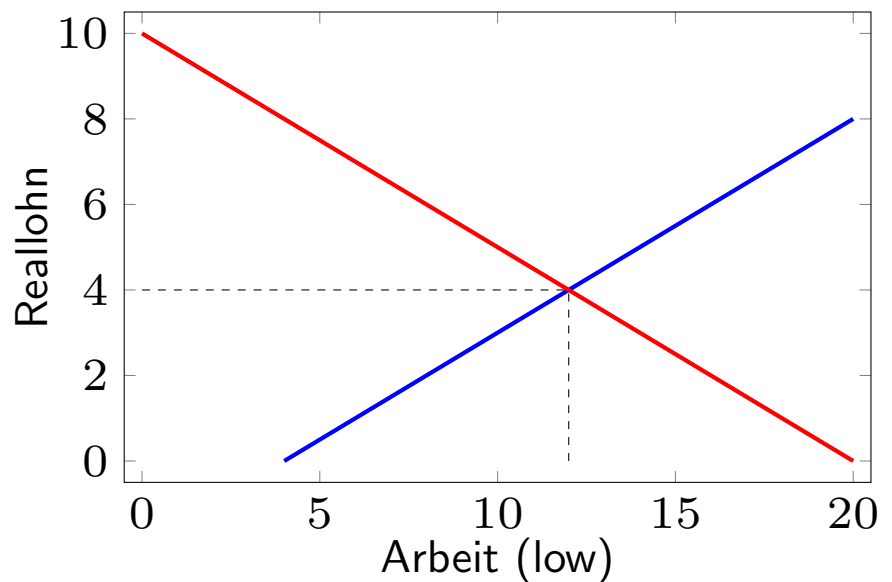
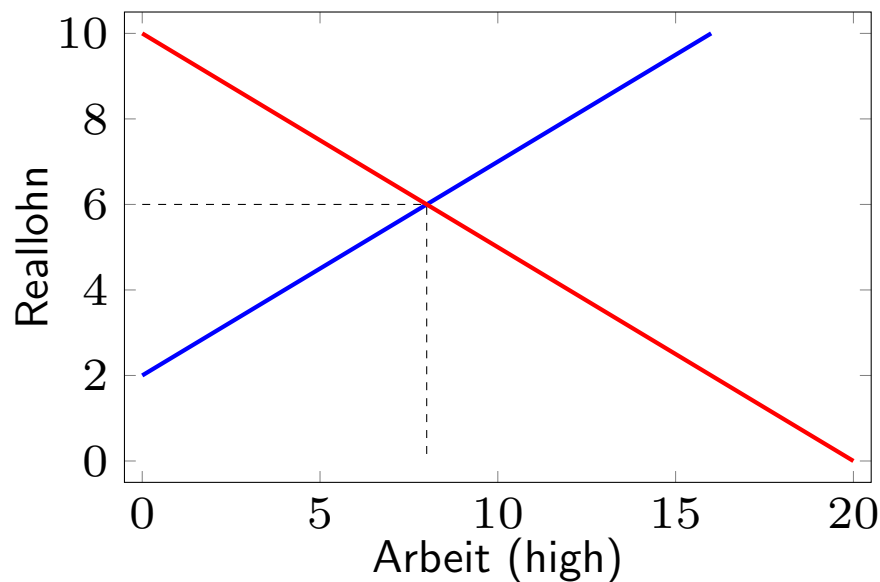
- Anpassung, Subventionen reduzieren die Grenzkosten, d. h. Anreiz mehr Ausbildung (keine Verteilungseffekte betrachtet)

$$(1 - t)h'(s)w = (1 - t)w + (1 - z)g$$

$$w + \frac{1 - z}{1 - t}g = h'(s)w$$

Aufgabe 4 Fragestellungen aus dem Alltag

- a) Wert des Kapitals vs. Faktorenentschädigung (denken Sie an den Preis einer Aktie)
- b) Wehersatzsteuer: bei vollkommen unelastischem Arbeitsangebot trägt der (die) Wehrpflichtige(n) die Steuern voll (kein Rückgang der Beschäftigung), bei elastischem Arbeitsangebot trägt der (die) Wehrpflichtige(n) die Steuern teilweise durch Lohnreduktion (Rückgang der Beschäftigungsmöglichkeiten)
- c) Zwei Märkte, Verschiebungen der Angebotskurven



Aufgabe 4 Fragestellungen aus dem Alltag

- d1) Internationaler Kapitalwettbewerb: Rendite nach Steuern muss im In- und Ausland die gleiche sein. Für das marginal Grenzprodukt des Kapitals (MPK) muss gelten $MPK = \frac{r}{p}(1 + t)$, der Kapitaleinsatz in der Produktion wird reduziert; weniger Kapitaleinsatz reduziert das marginale Grenzprodukt der Arbeit (MPL), die Arbeitsnachfrage nimmt ab, Beschäftigung und Lohnsatz verringern sich.
- d2) Gleiche Situationen
 - Keine Steuer $w1 + w2 = c1 + c2$
 - Konsumsteuer $w1 + w2 = (1 + t_c)(c1 + c2)$
 - Arbeitssteuer $(1 - t_y)(w1 + w2) = c1 + c2$
 - Zusammen $\frac{1}{1+t_c} = 1 - t_y \rightarrow t_y = \frac{t_c}{1+t_c}$